

## Домашнее задание 13: много всего разного

1. (1.25) Пусть в  $\text{PH}$  есть полный язык. Докажите, что тогда существует такое  $i$ , что  $\text{PH} = \Sigma_i^p$ .
2. (1.25) Покажите, что  $\text{VP} \cdot \text{NP} \subset \Sigma_3^p$ .
3. (1.25) Докажите, что существует такая линейная функция  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ , что ее схемная сложность не менее  $\frac{n^2}{100 \log(n)}$ .
4. (1.25) Покажите, что язык, состоящий из номеров машин Тьюринга, которые делают не более  $100n^2 + 200$  шагов на любом входе, не разрешим.
5. (1.25) Рассмотрим язык  $A$ , для которого выполняется  $\text{P}^A = \text{NP}^A$ . Покажите, что тогда  $\text{PH}^A \subset \text{P}^A$ .