

Домашнее задание 11 и 12. URATH и Схемы

1. (1) Докажите, что если у d -регулярного графа есть двудольная компонента связности, то у его матрицы есть собственное число $-d$.
2. (2) Докажите вероятностным методом, что $(n, 18, \frac{1}{3}, 2)$ -OR-concentrator существует при достаточно большом n .
3. (1) Постройте NC схему, возводящую матрицу $n \times n$ над полем \mathbb{F}_2 в степень t .
4. (2) Покажите, что задача RATH решается NC схемами.
5. (3) Докажите, что если $P = NP$, то существует язык из EXP, схемная сложность которого не менее $\frac{2^n}{10n}$.

Подсказка (план решения): Сперва покажите, что $EXP = EXP^{PH}$. После этого, как и в задаче 4 с практики 12, задайте сложную функцию из $EXP^{\Sigma_1^P}$, которая не решается никакими схемами размера $\frac{2^n}{10n}$.